

CCD-Fotometrie von hellen und langperiodischen Veränderlichen

Einfluss der Helligkeit der Vergleichssterne auf die Streuung der Stern-Fotometrie

Lienhard Pagel, Klockenhagen

Abstract: *The effect of the brightness of the comparison star on the spread of the results is been investigated. A quantitative relationship between the brightness difference of the variable star and the comparison star is developed. To overcome the problem with high spread a two-step exposure is been suggested.*

Bei der differentiellen Sternfotometrie versucht man intuitiv Vergleichssterne mit etwa gleicher Helligkeit wie der Veränderliche zu verwenden. Bei der Fotometrie von langperiodischen Veränderlichen treten hier Probleme auf, weil die Amplitude oft mehrere Magnituden beträgt und damit das Verhältnis der Helligkeit des Veränderlichen zur Helligkeit der Vergleichssterne stark variiert. Bild 1 zeigt die CCD-Lichtkurve eines Mira-Sternes und verdeutlicht das Problem. Das gleiche Problem besteht, wenn der Veränderliche recht hell ist. Dann ist bei großen Teleskopen mit kleinem Gesichtsfeld die Wahrscheinlichkeit nicht allzu groß, einen geeigneten Vergleichssterne zu finden. In diesem Beitrag soll der Einfluss der Helligkeitsdifferenz zwischen Veränderlichem und Vergleichssterne auf die Genauigkeit, oder besser die Streuung, des Ergebnisses untersucht werden.

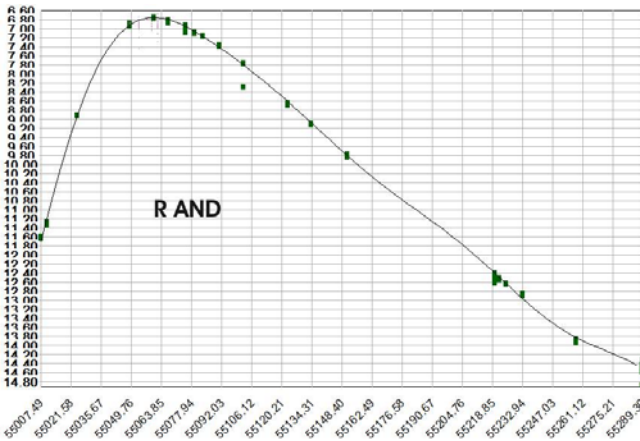


Bild 1.: CCD-Lichtkurve des Mira-Sternes R And gemessen mit Artemis 4021 und 18" Newton. Die Helligkeitsveränderung beträgt 8 mag. Belichtung mit 0,05 s.

Berechnung der Streuung

Wir wollen die gemessene Intensität eines Sternbildes mit I bezeichnen. Das sei das Ergebnis der Fotometrie, also die Summe aller ADC-Werte, abzüglich Untergrund. Die Streuung dieses Wertes soll N sein. Sie wird hauptsächlich durch das Rauschen des CCD-Chips verursacht. Wichtig: N ist nicht die Rauschamplitude der einzelnen Pixel, sondern die Streuung eines durch Summation von Pixelwerten entstandener Wert.

Die Berechnung des Veränderlichen erfolgt üblicherweise durch Vergleich mit einem oder mehreren Vergleichssternen. Wenn die gemessene Intensität des Veränderlichen I_{var} ist und die des Vergleichssterne I_c ist, errechnet sich die Magnitude des Veränderlichen üblicherweise zu

$$m_{\text{var}} = -2,5 \log \frac{I_{\text{var}}}{I_c} + m_c$$

Wenn wir die Streuung der Messwerte I_{var} und I_c mit N_{var} und N_c bezeichnen, dann erhalten wir für die Streuung des Ergebnisses $N_{\text{mag}_{\text{var}}}$ (das ist die Streuung in Magnituden), durch Anwendung der Fehlerfortpflanzungsbeziehung

$$N_{\text{mag}_{\text{var}}} = \frac{2,5}{\ln 10} \sqrt{\frac{N_{\text{VAR}}^2}{I_{\text{VAR}}^2} + \frac{N_c^2}{I_c^2}} \quad (1)$$

Bei CCD-Chips steigt die Streuung mit dem Niveau des Messwertes gemäß

$$N = N_D + b \sqrt{I} \quad (2)$$

Hierbei ist N_D das Rauschen des Chips inklusive Ausleserauschen. b ist hier eine Gerätekonstante und charakterisiert das Rauschverhalten der Kamera. Bild 2 zeigt den Verlauf für die Artemis 4021. Für die weiteren Betrachtungen kann N_D für große I vernachlässigt werden. Das ist gerechtfertigt, wenn die Sterne nicht gerade im Rauschen untergehen.

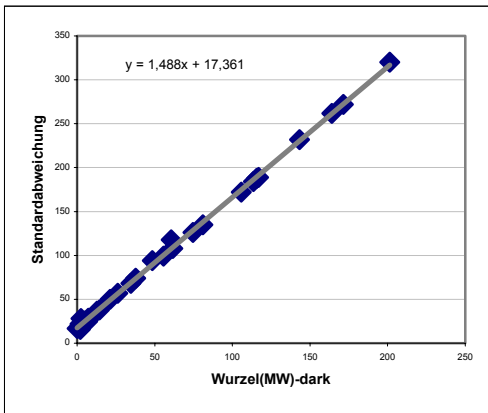


Bild 2: Abhängigkeit der Standardabweichung vom Mittelwert von I für die CCD-Kamera Artemis 4021 bei einer Chip-temperatur von -18°C bis -8°C und einer Belichtungszeiten von 1s bis 20s, Binning von 1x1 bis 6x6.

Für (1) ergibt sich dann

$$N_{\text{mag}_{\text{var}}} = \frac{2,5}{\ln 10} \sqrt{\frac{N_{\text{VAR}}^2}{I_{\text{VAR}}^2} + \frac{N_c^2}{I_c^2}} \approx \frac{2,5b}{\ln 10} \sqrt{\frac{1}{I_{\text{VAR}}} + \frac{1}{I_c}} \quad (3)$$

Um die Formel zu vereinfachen, legen wir das Verhältnis der Intensitäten mit a wie folgt fest: $a = I_{VAR} / I_C$. Dann gilt:

$$Nmag_{var} = \frac{2,5}{\ln 10} \frac{b}{\sqrt{I_{var}}} \sqrt[3]{1+a} = 1,08 \frac{N_{var}}{I_{var}} \sqrt[3]{1+a}$$

Vereinfachend können wir 3 Fälle diskutieren:

1. Der Vergleichssterne ist deutlich heller (ein Vielfaches) als der Veränderliche, dann gilt

$$Nmag_{var} = 1,08 \frac{b}{\sqrt{I_{var}}} = 1,08 \frac{N_{var}}{I_{var}} \quad a \ll 1$$

Das bedeutet, dass die Streuung des Vergleichssterne nicht in die Streuung des Veränderlichen eingeht. Sie wird nur durch das Signal/Rausch-Verhältnis (I_{VAR}/N_{VAR}) des Veränderlichen bestimmt. Allerdings ist in diesem Falle das Signal/Rausch-Verhältnis des Veränderlichen schlecht, weil der Vergleichssterne noch nicht in der Sättigung sein darf und der Veränderliche nahe an das Rauschen kommen ist.

2. Beide Sterne sind etwa gleich hell, also a ist etwa 1, dann gilt:

$$Nmag_{var} = 1,08 \frac{b}{\sqrt{I_{var}}} \sqrt{2} = 1,08 \frac{N_{var}}{I_{var}} \sqrt{2} \quad a \approx 1$$

Das ist der ideale Fall. Die Genauigkeit ist die beste.

3. Der Vergleichssterne ist deutlich schwächer (ein Vielfaches) als der Veränderliche, dann gilt

$$Nmag_{var} = 1,08 \frac{b}{\sqrt{I_C}} = 1,08 \frac{N_C}{I_C} \quad a \gg 1$$

Das ist der Fall eines hellen Veränderlichen. Es ist ersichtlich, dass schwache Vergleichssterne die Streuung deutlich erhöhen. Die Streuung des Veränderlichen ist gleich der Streuung des schwachen Vergleichssterne.

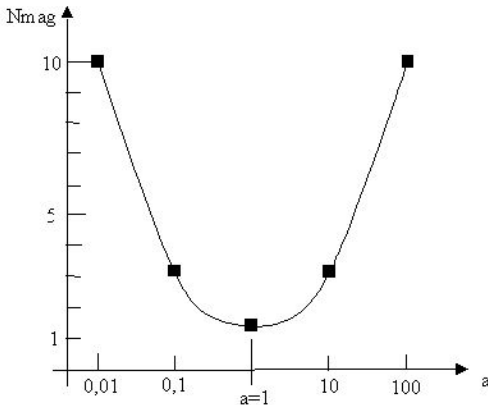


Bild 3.: Abhängigkeit der Streuung vom Verhältnis $a = I_{VAR} / I_C$. N_{mag} ist in Einheiten von $b / \sqrt{I_{FULL}}$ gezeichnet. Der jeweils hellere Stern ist auf max. Aussteuerung (nahe Fullscale I_{FULL}) gesetzt. Wenn beide Sterne etwa gleiche Intensität haben, ist die Streuung erwartungsgemäß am niedrigsten.

Für die Artemis 4021 ist die Einheit

$$1,5 / \sqrt{49000} \approx 0,02$$

Nun ein Beispiel: nehmen wir den Veränderlichen Epsilon Aurigae. Bei einer Helligkeit von derzeit etwa 3,7 mag findet man bei einer Brennweite von 2 m und bei Chipgröße von ca. 30' nur Vergleichssterne bei 8,7 ... 9,4 mag. Der Unterschied ist hier extrem. Es gilt $a \approx 100$. In anderen Fällen ist es aber ähnlich. Unter optimalen Bedingungen ($a=1$) ergibt sich rechnerisch eine Streuung von 0,02 mag. Bei $a=100$ ergeben sich 0,2 mag. Hier gibt es den nachfolgend beschriebenen Ausweg.

Zweistufige Belichtung

Eine Lösung ist die zweistufige Belichtung. Das heißt, eine erste Aufnahme wird so belichtet, dass der Veränderliche nahe am Fullscale (Sättigung) liegt. Dann wird eine zweite Aufnahme mit einer deutlich verlängerten Belichtungszeit (z.B. um den Faktor 100) gemacht. Bei dieser Aufnahme wird der Variable gnadenlos überbelichtet, die Vergleichssterne kommen aber aus dem Rauschen heraus, also nahe an den Fullscale. Um die Genauigkeit zu verbessern, kann das Verfahren wiederholt werden. Das Verfahren besteht darin, alternierend zu belichten. Bei der fotometrischen Auswertung wird bei den kurz belichteten Aufnahmen nur der Veränderliche, bei den lang belichteten Aufnahmen nur der oder die Vergleichssterne berücksichtigt. Der Unterschied der Belichtungszeiten muss berücksichtigt werden.

Beispiel Epsilon Aurigae:

Die Fotometrie von Epsilon Aurigae mit einem 18" Newton ist schon abenteuerlich. Aber mit Belichtungszeiten von 0,05s und 5s und leichter Defokussierung ergeben sich passende Belichtungen jeweils nahe am Fullscale. Es wurden je 5 Aufnahmen am 1.4.2010 belichtet. Die Auswertung erfolgt automatisch.

ohne 2 Schritt Belichtung (0,05s): $m_V = 3,751$ mag Streuung: 0,139 mag
 alternierend 0,05s/5s Belichtung: $m_V = 3,714$ mag Streuung: 0,046 mag

Anzahl der Vergleichssterne

Eine weitere Frage, auch unabhängig von der zweistufigen Belichtung, ist der Einfluss weiterer Vergleichssterne auf die Genauigkeit des Messergebnisses. Nehmen wir einen zweiten Vergleichssterne mit I_{C2} zu I_{C1} hinzu, so ergibt sich aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$Nmag_{\text{var}} = \frac{2,5}{\ln 10} \sqrt[2]{\frac{N_{VAR}^2}{I_{VAR}^2} + \frac{N_{C1}^2 + N_{C2}^2}{(I_{C1} + I_{C2})^2}}$$

Falls I_{C2} sehr klein im Vergleich zu I_{C1} ist, so kann laut (2) N_C gleich N_D gesetzt werden. Für diesen Fall erhalten wir:

$$Nmag_{\text{var}} = \frac{2,5b}{\ln 10} \sqrt[2]{\frac{1}{I_{VAR}} + \frac{1}{I_{C1}} \left(1 + \frac{N_D^2}{b^2 I_{C1}}\right)}$$

Durch Vergleich mit (3) wird klar, dass jeder weitere schwache Vergleichssterne die Streuung vergrößert. Sind jedoch alle Vergleichssterne schwach und gleich hell, ist also $I_{C1} = I_{C2}$, gilt:

$$Nmag_{\text{var}} = \frac{2,5}{\ln 10} \sqrt[2]{\frac{N_{VAR}^2}{I_{VAR}^2} + \frac{N_{C1}^2}{2I_{C1}^2}}$$

Hier bringen viele schwache Vergleichssterne auch ein verbessertes Ergebnis (Vergleich mit (3)). Da I_{C1} sehr klein ist, bringen aber die Vergleichssterne im Vergleich zum Veränderlichen einen verhältnismäßig großen Beitrag zur Streuung.

Für den Fall, dass die Vergleichssterne hell und etwa gleich hell sind, also $I_{C1} = I_{C2}$ sind, gilt

$$Nmag_{\text{var}} = \frac{2,5b}{\ln 10} \sqrt[2]{\frac{1}{I_{VAR}} + \frac{1}{I_{C1} + I_{C2}}}$$

Also, jeder weitere helle Vergleichssterne verringert die Streuung. Die hier durchgeführten Rechnungen gelten analog für mehrere Vergleichssterne.

Zusammenfassend können wir sagen, dass viele helle Vergleichssterne die Streuung verringern, schwache Vergleichssterne die dazukommen und in der Nähe des Rauschens liegen, die Streuung vergrößern. Ein Grund mehr, die zweistufige Belichtung anzuwenden.